ĐỀ THI THỬ LẦN 2/2016
THPT QUỲNH LƯU 1 NGHỆ AN

Câu 1 (1,0 *điểm*). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$ tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 3 (1,0 *điểm*).

a) Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 - mx - 2$, m là tham số. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

b) Giải phương trình: $\log_2 x + 2\log_4(x-1) - \log_2 6 = 0$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \int_1^2 (2x+1)\ln x\,dx$.

Câu 5 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $\cos 3x + \sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$.

b) Trong một đợt phỏng vấn học sinh trường THPT Quỳnh Lưu 1 để chọn 5 học sinh đi du học Hàn Quốc với học bổng được hỗ trợ từ 30% đến 100% kinh phí đào tạo. Biết số học sinh đi phỏng vấn gồm 4 học sinh lớp 12A3, 5 học sinh lớp 12A5, 6 học sinh lớp 12A7 và 5 học sinh lớp 12A9. Giả sử cơ hội của các em học sinh vượt qua cuộc phỏng vấn là như nhau. Tính xác suất để có ít nhất 2 học sinh lớp 12A3 được chọn.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz,* cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8y - 4z + 12 = 0$. Chứng minh rằng *(S)* tiếp xúc *(P)*. Viết phương trình mặt phẳng *(Q)* đi qua tâm của *(S)* và song song với mặt phẳng *(P)*.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$, góc giữa *SB* và mặt phẳng *(ABCD)* bằng 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách từ điểm *D* đến mặt phẳng (SBM) với *M* là trung điểm của *CD*.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy,* cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, phương trình cạnh *BC* là $x - y - 2 = 0$ và điểm A nằm trên đường thẳng $d: 3x - 2y + 6 = 0$. Gọi *H* là chân đường cao hạ từ *A, I* là trung điểm *AH*. Đường thẳng vuông góc với *BC* tại *C* cắt *BI* tại điểm $D(-1;-1)$. Hãy viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.

Câu 9 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt[3]{x^2+3y} + \sqrt[3]{2x^2+3y-1} = 6y^2 + 2 \\ x - y + 1 + \sqrt{(x+1)^2+1} = y\sqrt{y^2+1} - x\sqrt{x^2+x+2} \end{cases}$.

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho các số thực $0 < x \le 2y \le 3z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P \le 4xy^2 + 18yz^2 + 3zx^2 - 6xyz - \frac{(x^2+4y^2+9z^2)^2}{6}.$$

_____Hết____

Các em đăng kí tham gia khoá Luyện đề 2016 môn Toán tại đây: www.vted.vn

Lược giải bởi thầy: Đặng Thành Nam
Tham gia trọn vẹn các khoá học môn Toán tại www.vted.vn để đạt kết quả cao nhất!

Câu 5b). Trong một đợt phỏng vấn học sinh trường THPT Quỳnh Lưu 1 để chọn 5 học sinh đi du học Hàn Quốc với học bổng được hỗ trợ từ 30% đến 100% kinh phí đào tạo. Biết số học sinh đi phỏng vấn gồm 4 học sinh lớp 12A3, 5 học sinh lớp 12A5, 6 học sinh lớp 12A7 và 5 học sinh lớp 12A9. Giả sử cơ hội của các em học sinh vượt qua cuộc phỏng vấn là như nhau. Tính xác suất để có ít nhất 2 học sinh lớp 12A3 được chọn.

*Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{20}^5$.

*Gọi A là biến cố cần tính xác suất; các khả năng xảy ra biến cố A như sau.

+) 5 em được chọn gồm 2 học sinh lớp 12A3, 3 học sinh các lớp khác có $C_4^2.C_{16}^3$ cách.

+) 5 em được chọn gồm 3 học sinh lớp 12A3, 2 học sinh các lớp khác có $C_4^3.C_{16}^2$ cách.

+) 5 em được chọn gồm 4 học sinh lớp 12A3, 1 học sinh các lớp khác có $C_4^4.C_{16}^1$ cách.

*Vậy $n(A)=C_4^2.C_{16}^3+C_4^3.C_{16}^2+C_4^4.C_{16}^1=3856.$

*Xác suất cần tính $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_4^2.C_{16}^3+C_4^3.C_{16}^2+C_4^4.C_{16}^1}{C_{20}^5}=\dfrac{241}{969}.$

***Ta có thể tính bằng biến cố đối như sau; có các khả năng:**

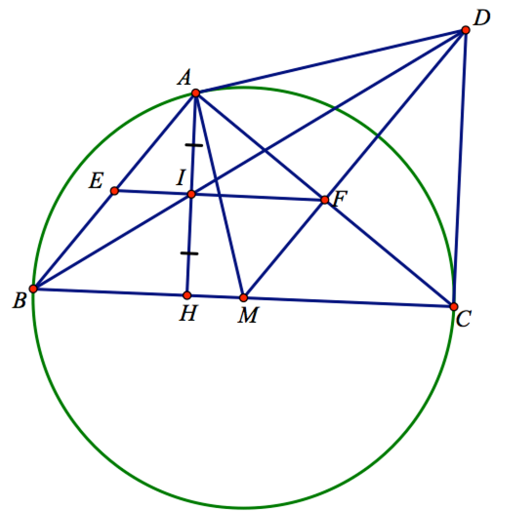
+) 5 em được chọn không có em nào của lớp 12A3 có C_{16}^5 cách.

+) 5 em được chọn có 1 em của lớp 12A3; 4 em của các lớp khác có $C_4^1.C_{16}^4$ cách.

***Vậy** $n(A)=C_{20}^5-C_4^1.C_{16}^4-C_{16}^5=3856.$

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, phương trình cạnh *BC* là $x-y-2=0$ và điểm A nằm trên đường thẳng $d:3x-2y+6=0$. Gọi *H* là chân đường cao hạ từ *A*, *I* là trung điểm *AH*. Đường thẳng vuông góc với *BC* tại *C* cắt *BI* tại điểm $D(-1;-1)$. Hãy viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.

*Ta chứng minh $CD=CA$ hay $MA\perp DA$.



*Tận dụng 2 đường thẳng AH, CD song song với nhau ta sử dụng Talets như sau:
*Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại E và F; ta có: E, F lần lượt là trung điểm AB, AC.
*Theo talets ta có:

$\dfrac{IB}{ID}=\dfrac{HB}{HC}=\dfrac{IE}{IF}$; do đó DF|| AB và có $DF\perp AC$.
*Vì vậy tam giác ADC cân tại D; tức $DA=DC$.
*Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x-y-2=0\\x+y+2=0\end{cases}\Rightarrow C(0;-2).$$

*Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}3x-2y+6=0\\(x+1)^2+(y+1)^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2,y=0\\x=-\dfrac{30}{13},y=-\dfrac{6}{13}\end{array}\right.\cdot$$

*Đối chiếu A khác C nhận $A\left(-\dfrac{30}{13};-\dfrac{6}{13}\right)$.
*Đường thẳng AC đi qua A, C có PT: $2x+3y+6=0$.
*Đường thẳng AB đi qua A, vuông góc AC có PT: $3x-2y+6=0$.

*Toạ độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x-y-2=0\\3x-2y+6=0\end{cases}\Rightarrow B(-10;-12)$.

*Do đó đường tròn ngoại tiếp (ABC) có tâm M là trung điểm BC có $M(-5;-7),R=\dfrac{BC}{2}=5\sqrt{2}$.

*Vậy đường tròn cần tìm $(x+5)^2+(y+7)^2=50$.

<u>Cách 2:</u> *Chọn hệ trục toạ độ sao cho $A(0;0),B(b;0),C(0;c)$; khi đó toạ độ H là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}\dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{c}-1=0\\\dfrac{1}{c}x-\dfrac{1}{b}y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{bc^2}{b^2+c^2}\\y=\dfrac{b^2c}{b^2+c^2}\end{cases}\Rightarrow H\left(\dfrac{bc^2}{b^2+c^2};\dfrac{b^2c}{b^2+c^2}\right),I\left(\dfrac{1}{2}.\dfrac{bc^2}{b^2+c^2};\dfrac{1}{2}.\dfrac{b^2c}{b^2+c^2}\right).$$

*Theo Talets ta có:

$$\frac{BI}{BD}=\frac{BH}{BC}=\frac{BH.BC}{BC^2}=\frac{AB^2}{BC^2}=\frac{b^2}{b^2+c^2}\Rightarrow\overrightarrow{BD}=\frac{b^2+c^2}{b^2}\overrightarrow{BI}=\left(-\frac{2b^2+c^2}{2b};\frac{c}{2}\right)$$

$$\Rightarrow D\left(\frac{-c^2}{2b};\frac{c}{2}\right)\Rightarrow DA=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{c^4}{b^2}+c^2};DC=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{c^4}{b^2}+c^2}\Rightarrow DA=DC.$$

Câu 9 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt[3]{x^2+3y}+\sqrt[3]{2x^2+3y-1}=6y^2+2\\ x-y+1+\sqrt{(x+1)^2+1}=y\sqrt{y^2+1}-x\sqrt{x^2+x+2}\end{cases}$.

*Phương trình thứ hai của hệ tương đương với:

$$(x+1)+(x+1)\sqrt{(x+1)^2+1}=y+y\sqrt{y^2+1}\ (*).$$

*Hàm số $f(t)=t+t\sqrt{t^2+1}$ đồng biến và $(*)\Leftrightarrow f(x+1)=f(y)\Leftrightarrow x+1=y.$

*Thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được:

$$\sqrt[3]{x^2+3(x+1)}+\sqrt[3]{2x^2+3(x+1)-1}=6(x+1)^2+2.$$

*Để ý rằng: $\left(\sqrt[3]{x^2+3(x+1)}\right)^3+\left(\sqrt[3]{2x^2+3(x+1)-1}\right)^3=3(x+1)^2+2.$

*Đặt $a=\sqrt[3]{x^2+3(x+1)},b=\sqrt[3]{2x^2+3(x+1)-1}(a,b>0).$

*Ta có: $\begin{cases}a+b=6(x+1)^2+2\ (1)\\ a^3+b^3=3(x+1)^2+2\ (2)\end{cases}$.

*Từ (1) ta có: $a+b\geq 2.$

*Từ (1), (2) có: $a+b=2(a^3+b^3-2)+2=2(a^3+b^3)-2\geq\frac{1}{2}(a+b)^3-2\Rightarrow a+b\leq 2.$

*Vậy ta phải có: $a+b=2\Leftrightarrow x=-1\Rightarrow y=0.$

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho các số thực $0<x\leq 2y\leq 3z.$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P\leq 4xy^2+18yz^2+3zx^2-6xyz-\frac{(x^2+4y^2+9z^2)^2}{6}.$$

*Theo giả thiết ta có: $(2y-x)(2y-3z)\leq 0\Rightarrow 4y^2+3xz\leq 2xy+6yz\Rightarrow 4xy^2+3zx^2\leq x(2xy+6yz).$

*Do đó: $P\leq 18yz^2+x(2xy+6yz)-6xyz-\frac{(x^2+4y^2+9z^2)^2}{6}=2y(9z^2+x^2)-\frac{(x^2+4y^2+9z^2)^2}{6}.$

*Sử dụng bất đẳng thức AM – GM ta có:

$$2y(9z^2+x^2)=2\sqrt{4y^2.\frac{9z^2+x^2}{2}.\frac{9z^2+x^2}{2}}\leq 2\sqrt{\left(\frac{4y^2+9z^2+x^2}{3}\right)^3}.$$

*Suy ra: $P\leq 2\sqrt{\left(\frac{4y^2+9z^2+x^2}{3}\right)^3}-\frac{(x^2+4y^2+9z^2)^2}{6}\leq\frac{1}{2}.$