TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 – LẦN 1
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x + 4y - 2 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải bất phương trình $2^{1+\sqrt{x+3}} + 2^{1-\sqrt{x+3}} < 5$.

b) Cho $\log_3 5 = a$. Tính $\log_{\sqrt{45}} 75$ theo a.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x + \ln(2x+1)}{(x+1)^2}\,dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y+8}{4} = \dfrac{z}{-1}$. Tìm tọa độ giao điểm của d với (P) và lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d đồng thời vuông góc với (P).

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos x + \sin 2x = \sin x + \sin 2x \cot x$.

b) Nhân dịp kỷ niệm ngày Nhà giáo Việt Nam, trường THPT X tuyển chọn được 24 tiết mục văn nghệ tiêu biểu, trong số đó lớp $11A$ có 2 tiết mục để công diễn trong toàn trường. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai buổi công diễn, mỗi buổi 12 tiết mục. Tính xác suất để 2 tiết mục của lớp $11A$ được biểu diễn trong cùng một buổi.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, SD vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AD = a$, $\widehat{AOB} = 120^0$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, SB.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình các đường thẳng chứa trung tuyến và đường cao kẻ từ C lần lượt là $y + 2 = 0$ và $3x - 2y + 8 = 0$. Đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ A đi qua $K(-18; 3)$. Tính $\widehat{ABC}$ biết rằng điểm A có tung độ âm và thuộc đường thẳng $d: x + 2y + 2 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $x^2 + 4\sqrt{x+2} \le x + 2\left(1 + \sqrt{x^2+3}\right)$.

Câu 10 (1,0 điểm). Giả sử x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $xy + yz + zx = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{2x}{2+x^2} + \dfrac{2y}{2+y^2} + \dfrac{z^2}{2+z^2}$.

——————— **Hết** ———————

Ghi chú: *1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 19, 20/3/2016. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.*

LƯỢC GIẢI CÁC CÂU PHÂN LOẠI ĐỀ CHUYÊN ĐH VINH LẦN 1/2016
Thầy: Đặng Thành Nam
Tham gia trọn vẹn các khoá học môn Toán tại www.vted.vn để đạt kết quả cao nhất!

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có phương trình các đường thẳng chứa trung tuyến và đường cao kẻ từ *C* lần lượt là $y+2=0$ và $3x-2y+8=0$. Đường thẳng chứa đường trung tuyến kẻ từ *A* đi qua $K(-18;3)$. Tính $\widehat{ABC}$ biết rằng điểm *A* có tung độ âm và thuộc đường thẳng $d: x+2y+2=0$.

Lời giải bởi thầy: Đặng Thành Nam
Tham gia trọn vẹn các khoá học môn Toán tại www.vted.vn để đạt kết quả cao nhất!

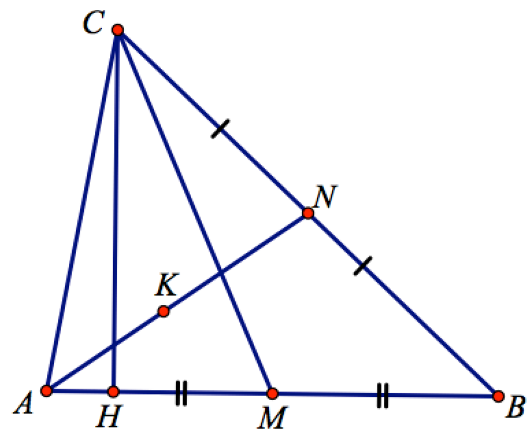
*Toạ độ điểm C là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x-2y+8=0 \\ y+2=0 \end{cases} \Rightarrow C(-4;-2).$$

*Gọi $A(-2a-2;a)\in d, a<0$. Đường thẳng AB đi qua A, vuông góc đường cao kẻ từ C có PT: $2x+3y+a+4=0$.

*Gọi M là trung điểm cạnh AB, toạ độ điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 2x+3y+a+4=0 \\ y+2=0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2-a}{2};-2\right).$$



*Vì M là trung điểm AB nên $B(a+4;-4-a)$, suy ra toạ độ trung điểm N của BC là $N\left(\frac{a}{2};\frac{-a-6}{2}\right)$.

*Khi đó: $\overrightarrow{AN}=\left(\frac{5a+4}{2};\frac{-3a-6}{2}\right);\overrightarrow{AK}=(2a-16;3-a)$.

*Vì A, K, N thẳng hàng nên: $\frac{5a+4}{2}.(3-a)=\frac{-3a-6}{2}.(2a-16)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-3(t/m) \\ a=28(l) \end{array}\right.$.

*Khi đó: $A(4;-3), B(1;-1)$.

*Và có $\overrightarrow{BA}=(3;-2),\overrightarrow{BC}=(-5;-1)\Rightarrow \cos\widehat{ABC}=\frac{3.(-5)+(-2).(-1)}{\sqrt{3^2+2^2}\sqrt{5^2+1^2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow \widehat{ABC}=135^0$.

Câu 9 (1,0 *điểm*). Giải bất phương trình $x^2+4\sqrt{x+2}\le x+2(1+\sqrt{x^2+3})$.

Lời giải bởi thầy: Đặng Thành Nam
Tham gia trọn vẹn các khoá học môn Toán tại www.vted.vn để đạt kết quả cao nhất!

*Điều kiện: $x\ge -2$.

$$x^2-2\sqrt{x^2+3}\le x+2-4\sqrt{x+2}\Leftrightarrow x^2+3-2\sqrt{x^2+3}+1\le x+2-4\sqrt{x+2}+4$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+3}-1\right)^2\le\left(\sqrt{x+2}-2\right)^2\Leftrightarrow\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x^2+3}-3\right)\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x^2+3}-1\right)\ge 0\ (*).$$

*Ta có: $\sqrt{x^2+3}=\sqrt{(x+2)+(x^2-x+1)}>\sqrt{x+2}\Rightarrow\sqrt{x+2}-\sqrt{x^2+3}-1<0$.

*Do đó: $(*)\Leftrightarrow\sqrt{x+2}+\sqrt{x^2+3}\le 3$.

*Đặt $t=\sqrt{x+2}\,(t\ge 0)\Rightarrow x=t^2-2$, bất phương trình trở thành:

$$\sqrt{(t^2-2)^2+3}\le 3-t\Leftrightarrow \begin{cases}3-t\ge 0\\ (t^2-2)^2+3\le (3-t)^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}t\le 3\\ t^4-5t^2+6t-2\le 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}t\le 3\\ (t-1)^2(t^2+2t-2)\le 0\end{cases}\xleftrightarrow{t\ge 0}\left[\begin{array}{l}t=1\\ 0\le t\le -1+\sqrt{3}\end{array}\right..$$

*Vậy: $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x+2}=1\\ \sqrt{x+2}\le -1+\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=-1\vee -2\le x\le 2-2\sqrt{3}.$

*Tập nghiệm bất phương trình: $S=\left\{-1\right\}\cup\left[-2;2-2\sqrt{3}\right].$

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho các số thực không âm x, y, z thoả mãn $xy+yz+zx=2.$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\dfrac{2x}{2+x^2}+\dfrac{2y}{2+y^2}+\dfrac{z^2}{2+z^2}.$

Lời giải bởi thầy: Đặng Thành Nam

Tham gia trọn vẹn các khoá học môn Toán tại www.vted.vn để đạt kết quả cao nhất!

*Ta có:

$$Q=\frac{x}{2+x^2}+\frac{y}{2+y^2}=\frac{(x+y)(xy+2)}{(2+x^2)(2+y^2)}\le\frac{(x+y)\sqrt{(2+x^2)(2+y^2)}}{(2+x^2)(2+y^2)}$$

$$=\frac{x+y}{\sqrt{(2+x^2)(2+y^2)}}=\frac{x+y}{\sqrt{(x+y)(x+z)(y+x)(y+z)}}=\frac{1}{\sqrt{z^2+2}}.$$

*Suy ra: $P\le\dfrac{2}{\sqrt{z^2+2}}+\dfrac{z^2}{z^2+2}=\dfrac{3}{2}-2\left(\dfrac{1}{\sqrt{z^2+2}}-\dfrac{1}{2}\right)^2\le\dfrac{3}{2}.$

*Dấu bằng đạt tại $\begin{cases}xy+yz+zx=2\\ x=y\\ \sqrt{z^2+2}=2\end{cases}\Rightarrow x=y=2-\sqrt{2};z=\sqrt{2}.$ Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{3}{2}.$

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016 – LẦN 1
Môn: TOÁN; *Thời gian làm bài: 180 phút*

A1

Câu	Đáp án	Điểm

Câu 1. (1,0 điểm)

1°. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

2°. Sự biến thiên:

* Chiều biến thiên: Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9,\ x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.;\quad y' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x > 3 \end{array}\right.;\quad y' < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

* Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{CĐ} = y(1) = 3$;
  hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$, $y_{CT} = y(3) = -1$.

* Giới hạn tại vô cực:

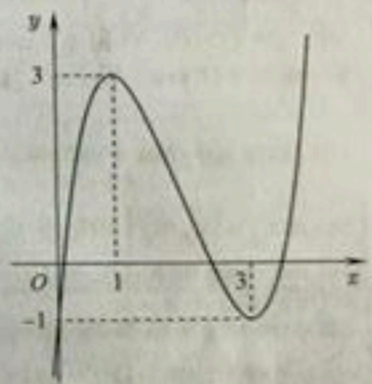
$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} x^3\left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) = -\infty;\quad \lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} x^3\left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) = +\infty.$$

0,5

* Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

3°. Đồ thị:



0,5

Câu 2. (1,0 điểm)

Hệ số góc của d là $k = -\dfrac{3}{4}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến cũng là $-\dfrac{3}{4}$.

Ta có $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2},\ x \neq 1$.

Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị là nghiệm của phương trình

$$y' = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow -\frac{3}{(x-1)^2} = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

0,5

* Với $x = -1$ ta có $y = \dfrac{1}{2}$. Suy ra tiếp tuyến là $y = -\dfrac{3}{4}(x+1) + \dfrac{1}{2}$, hay $y = -\dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{4}$.

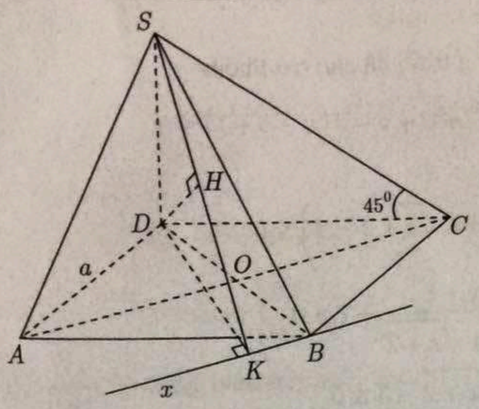
* Với $x = 3$ ta có $y = \dfrac{7}{2}$. Suy ra tiếp tuyến là $y = -\dfrac{3}{4}(x-3) + \dfrac{7}{2}$, hay $y = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{23}{4}$.

Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là $y = -\dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{4}$ và $y = -\dfrac{3}{4}x + \dfrac{23}{4}$.

0,5

Câu 3. (1,0 điểm)	a) Điều kiện: $x \ge -3$. Đặt $2^{\sqrt{x+3}} = t > 0$, bất phương trình đã cho trở thành $$2t + \frac{2}{t} < 5 \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 < 0, \text{ (vì } t > 0) \Leftrightarrow \frac{1}{2} < t < 2$$ $$\Leftrightarrow 2^{-1} < 2^{\sqrt{x+3}} < 2 \Leftrightarrow -1 < \sqrt{x+3} < 1 \Leftrightarrow -3 \le x < -2.$$ Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $-3 \le x < -2$.	0,5
	b) Ta có $\log_{\sqrt{45}} 75 = 2\log_{45} 75 = 2\dfrac{\log_3 75}{\log_3 45} = 2\dfrac{\log_3(3.5^2)}{\log_3(3^2.5)} = 2\dfrac{1+2\log_3 5}{2+\log_3 5} = \dfrac{2+4a}{2+a}$.	0,5
Câu 4. (1,0 điểm)	Đặt $u = x + \ln(2x+1)$, $dv = \dfrac{dx}{(x+1)^2}$. Suy ra $du = \left(1 + \dfrac{2}{2x+1}\right)dx$, $v = -\dfrac{1}{x+1}$. Theo công thức tích phân từng phần ta có $$I = -\frac{x+\ln(2x+1)}{x+1}\Bigg\|_0^1 + \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{2}{(2x+1)(x+1)}\right)dx$$	0,5
	$$= -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{4}{2x+1} - \frac{2}{x+1}\right)dx = -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + \int_0^1 \left(\frac{4}{2x+1} - \frac{1}{x+1}\right)dx$$ $$= -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + \left(2\ln(2x+1) - \ln(x+1)\right)\Big\|_0^1 = -\frac{1}{2}(1+\ln 3) + 2\ln 3 - \ln 2$$ $$= \frac{3}{2}\ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(3\ln 3 - 2\ln 2 - 1\right).$$	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	Gọi $M = d \cap (P)$. Vì $M \in d$ nên $M(-2t+3;\, 4t-8;\, -t)$. Suy ra $M \in (P) \Leftrightarrow (-2t+3) + (4t-8) + (-t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = 12$, hay $M(-21;\, 40;\, -12)$.	0,5
	Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) nên (Q) có cặp vtcp $\begin{cases} \overrightarrow{u_d} = (-2;\, 4;\, -1) \\ \overrightarrow{n_P} = (1;\, 1;\, 1) \end{cases}$ Suy ra $\overrightarrow{n_Q} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{n_P}\right] = (5;\, 1;\, -6)$. Lấy $N(3;\, -8;\, 0) \in d$ nên $N \in (Q)$. Suy ra phương trình $(Q): 5x + y - 6z - 7 = 0$.	0,5
Câu 6. (1,0 điểm)	a) Điều kiện: $\sin x \ne 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với $$\cos x - \sin x + \sin 2x\left(1 - \cot x\right) = 0 \Leftrightarrow \cos x - \sin x + 2\cos x\left(\sin x - \cos x\right) = 0$$ $$\Leftrightarrow \left(\cos x - \sin x\right)\left(1 - 2\cos x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \sin x \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$	0,5
	b) Gọi hai buổi công diễn là I, II. Số cách chia 24 tiết mục thành hai buổi công diễn chính là số cách chọn 12 tiết mục cho buổi I, đó là C_{24}^{12}. Gọi A là biến cố "2 tiết mục của lớp $11A$ được biểu diễn trong cùng một buổi". Nếu 2 tiết mục của lớp $11A$ cùng biểu diễn trong buổi I thì số cách chọn 10 tiết mục còn lại cho buổi I là C_{22}^{10}. Hai tiết mục của lớp $11A$ cũng có thể cùng biểu diễn trong buổi II. Vì vậy, số cách chia để biến cố A xảy ra là $2.C_{22}^{10}$. Do đó $P(A) = \dfrac{2.C_{22}^{10}}{C_{24}^{12}} = \dfrac{11}{23} \approx 0,4783$. *Ghi chú.* Xác suất cũng có thể được tính theo công thức $P(A) = \dfrac{2.C_{12}^{2}}{C_{24}^{2}} = \dfrac{11}{23}$.	0,5

Câu 7. (1,0 điểm)



Vì $\begin{cases} SD \perp (ABCD) \\ DC \perp BC \end{cases}$ nên $SC \perp BC$.

Suy ra $\widehat{SCD} = \left(\widehat{(SBC), (ABCD)}\right) = 45^0$

(do ΔSCD vuông tại D nên $\widehat{SCD} < 90^0$).

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $OA = OD$, kết hợp với $\widehat{AOD} = 180^0 - \widehat{AOB} = 60^0$. Suy ra ΔOAD đều. **0,5**

Do đó $OA = OD = a$, $\widehat{ADO} = 60^0$.

Suy ra $AB = AD.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

Suy ra $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3}$ và $SD = CD.\tan 45^0 = a\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SD.S_{ABCD} = a^3$.

Kẻ $Bx \,//\, AC \Rightarrow \text{mp}(S, Bx) \,//\, AC$

$\Rightarrow d(AC, SB) = d\big(O, (S, Bx)\big) = \dfrac{1}{2}d\big(D, (S, Bx)\big)$. (1)

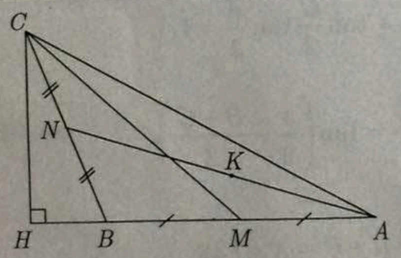
Hạ $DK \perp Bx$, $DH \perp SK$. Vì $Bx \perp (SDK)$ nên $Bx \perp DH \Rightarrow DH \perp (S, Bx)$. (2)

Vì $BD = 2DO = 2a$ và $\widehat{DBK} = \widehat{DOA} = 60^0$ (đồng vị) nên $DK = BD\sin 60^0 = a\sqrt{3}$. **0,5**

Suy ra ΔSDK vuông cân tại $D \Rightarrow DH = \dfrac{SK}{2} = \dfrac{SD\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. (3)

Kết hợp (1), (2) và (3) ta suy ra $d(AC, SB) = \dfrac{1}{2}DH = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 8. (1,0 điểm)



Từ hệ $\begin{cases} y + 2 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-4; -2)$.

Gọi M, N là trung điểm AB, BC.

Ta có

$A \in d : x + 2y + 2 = 0 \Rightarrow A(-2a - 2;\, a)$ $(a < 0)$ **0,5**

$M \in CM : y + 2 = 0 \Rightarrow M(m; -2)$.

Mà M là trung điểm AB nên $B(2a + 2m + 2; -a - 4) \Rightarrow N\left(a + m - 1; \dfrac{-a-6}{2}\right)$.

Vì $CH \perp AB$ nên $\overrightarrow{u_{CH}}.\overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow 2(2a + m + 2) + 3(-a - 2) = 0 \Leftrightarrow a = -2m + 2$. (1)

Ta có $\overrightarrow{KA} = (-2a + 16; a - 3)$ và $\overrightarrow{KN} = \left(a + m + 17; \dfrac{-a - 12}{2}\right)$.

Vì A, N, K thẳng hàng nên $\overrightarrow{KA}$ cùng phương $\overrightarrow{KN}$. Do đó

$$(-2a + 16)(-a - 12) = 2(a - 3)(a + m + 17).\qquad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được $2m^2 + 21m - 65 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{5}{2} \Rightarrow a = -3 \text{ (tm)} \\ m = -13 \Rightarrow a = 28 \text{ (ktm)} \end{array}\right.$ **0,5**

Suy ra $A(4; -3)$, $B(1; -1)$.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (3; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (-5; -1) \Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{3(-5) + (-2)(-1)}{\sqrt{9+4}.\sqrt{25+1}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $\widehat{ABC} = \left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = 135^0$.

Câu 9. (1,0 điểm)

Điều kiện: $x \ge -2$.

Đặt $\sqrt{x^2+3} = u, \sqrt{x+2} = v,$ bất phương trình đã cho trở thành

$$u^2 - 3 + 4v \le v^2 + 2u \Leftrightarrow u^2 - v^2 + u + v - 3(u - v + 1) \le 0$$

$$\Leftrightarrow (u - v + 1)(u + v - 3) \le 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x+2} + 1\right)\left(\sqrt{x^2+3} + \sqrt{x+2} - 3\right) \le 0. \qquad (1)$$

Ta có $\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x+2} + 1 = \dfrac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2+3} + \sqrt{x+2}} + 1 > 0.$

0,5

Do đó (1) tương đương với $\sqrt{x^2+3} + \sqrt{x+2} - 3 \le 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+3} \le 3 - \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - \sqrt{x+2} \ge 0 \\ x^2 + 3 \le 9 - 6\sqrt{x+2} + x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 7 \\ 6\sqrt{x+2} \le 8 + x - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le 7,\ 8 + x - x^2 \ge 0 \\ 36(x+2) \le \left(8 + x - x^2\right)^2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le \dfrac{1+\sqrt{33}}{2} \\ (x+1)^2\left(x^2 - 4x - 8\right) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \le x \le 2 - 2\sqrt{3} \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm $x = -1$ và $-2 \le x \le 2 - 2\sqrt{3}.$

0,5

Câu 10. (1,0 điểm)

Đặt $x = \sqrt{2}\tan\dfrac{A}{2},\ y = \sqrt{2}\tan\dfrac{B}{2},\ z = \sqrt{2}\tan\dfrac{C}{2},$ với $0 \le A, B, C < \pi.$ (1)

Từ giả thiết ta có $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{B}{2} + \tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2} + \tan\dfrac{C}{2}\tan\dfrac{A}{2} = 1.$

Khi đó $\tan\dfrac{A}{2} = \dfrac{1 - \tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2}}{\tan\dfrac{B}{2} + \tan\dfrac{C}{2}} = \cot\dfrac{B+C}{2} = \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{B+C}{2}\right).$

Suy ra $\dfrac{A}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{B+C}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$ Hay $A + B + C = \pi + k2\pi.$

Từ (1) suy ra $k = 0.$ Do đó $A + B + C = \pi.$ Khi đó

0,5

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin A + \frac{1}{\sqrt{2}}\sin B + \sin^2\frac{C}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}.2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} + 1 - \cos^2\frac{C}{2}$$

$$\le \sqrt{2}\cos\frac{C}{2} - \cos^2\frac{C}{2} + 1 = \frac{3}{2} - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \cos\frac{C}{2}\right)^2 \le \frac{3}{2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} \cos\dfrac{C}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ A = B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = \dfrac{\pi}{2} \\ A = B = \dfrac{\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 2 - \sqrt{2} \\ z = \sqrt{2}. \end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{3}{2}$.

0,5